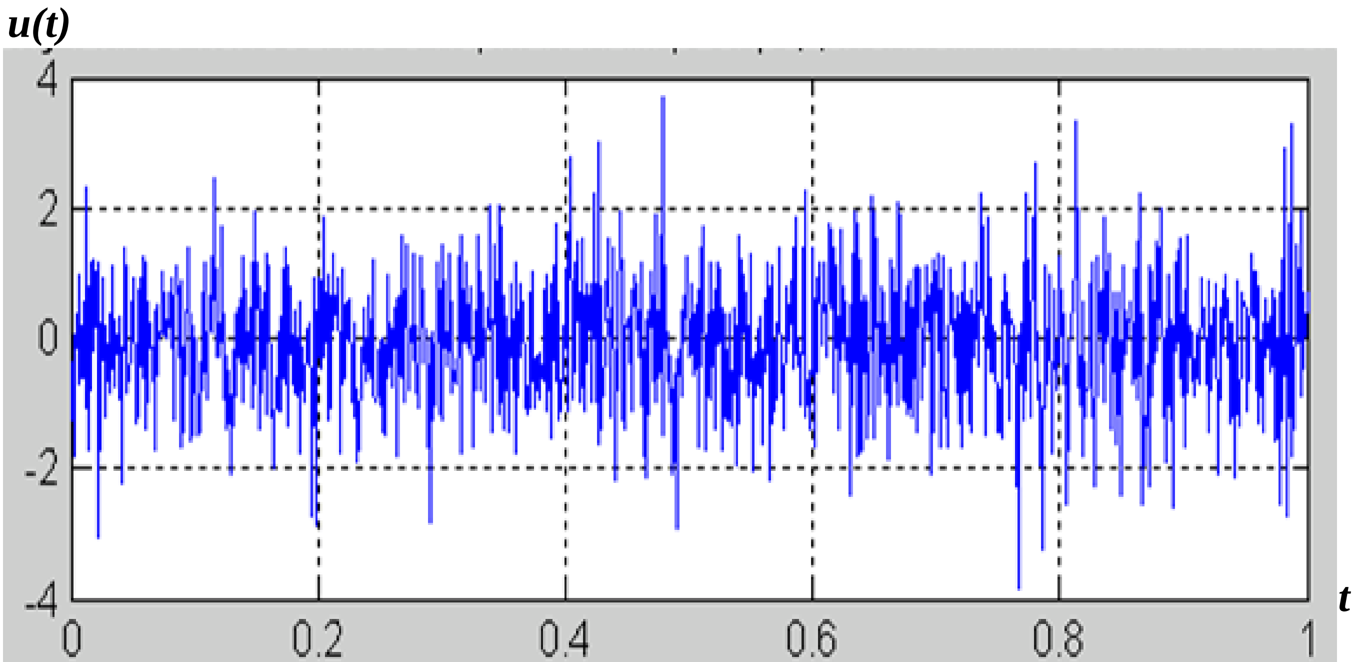
СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Основы инфокоммуникационных систем

2016 г.

Случайные колебания

Пример случайного колебания



u(t) – случайные мгновенные значения

Параметры колебания $u(t)$

Математическое ожидание

$$m_u = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t)\, dt \qquad \langle B \rangle;$$

Дисперсия

$$D_u = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [u(t) - m_u]^2\, dt \qquad \langle Bm \rangle;$$

Среднеквадратичное значение

$$U_{кв} = \sqrt{D_u} \qquad \langle B \rangle;$$

Оценки параметров колебания $u(t)$

$$T < \infty;$$

Оценка математического ожидания $\tilde{m}_u = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt \approx m_u \quad \langle B \rangle;$

Оценка дисперсии $\tilde{D}_u = \frac{1}{T}\int_0^T [u(t) - \tilde{m}_u]^2\,dt \approx D_u \quad \langle Bm \rangle;$

Оценка среднеквадратичного значение $\tilde{U}_{кв} = \sqrt{\tilde{D}_u} \approx U_{кв} \quad \langle B \rangle;$

Параметры колебания *u(t)*

Плотность вероятности мгновенных значений - W(u)

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(u) \cdot du = 1;$$

Параметры колебания *u(t)*

Плотность вероятности мгновенных значений - W(u)

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(u) \cdot du = 1;$$

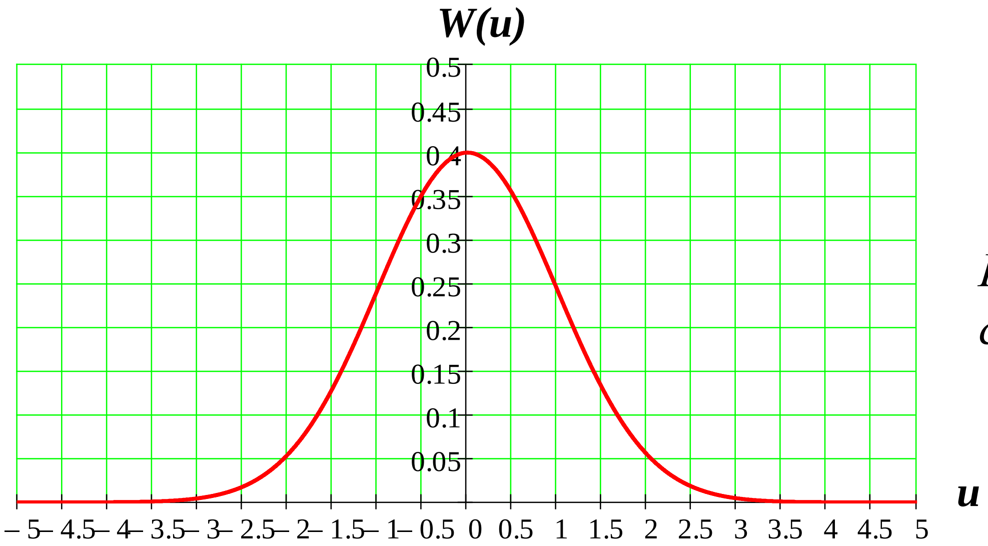
$$W(u) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(u - m_u)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad \left\langle \frac{1}{B} \right\rangle;$$

Нормальный закон распределения случайной величины ***u(t)***

Параметры колебания *u(t)*

Плотность вероятности мгновенных значений - W(u)

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(u)\cdot du = 1;$$



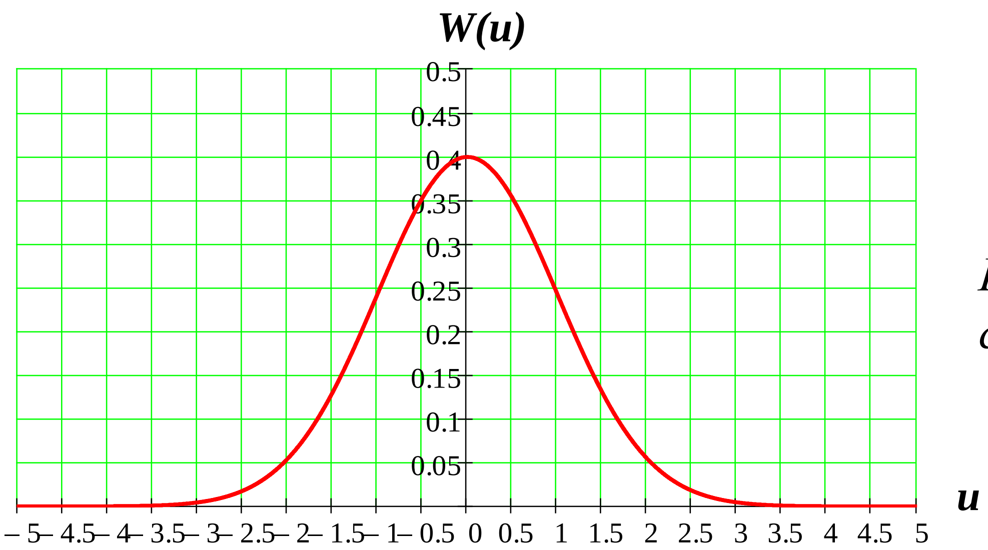
$$W(u) = \frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\, e^{-\frac{(u-m_u)^2}{2\cdot\sigma^2}} \qquad \left\langle \frac{1}{B} \right\rangle;$$

Нормальный закон распределения случайной величины ***u(t)***

Параметры колебания *u(t)*

Плотность вероятности мгновенных значений - W(u)

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(u)\cdot du = 1;$$



$$W(u) = \frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\,e^{-\frac{(u-m_u)^2}{2\cdot\sigma^2}} \quad \left\langle \frac{1}{B} \right\rangle;$$

Нормальный закон распределения случайной величины ***u(t)***

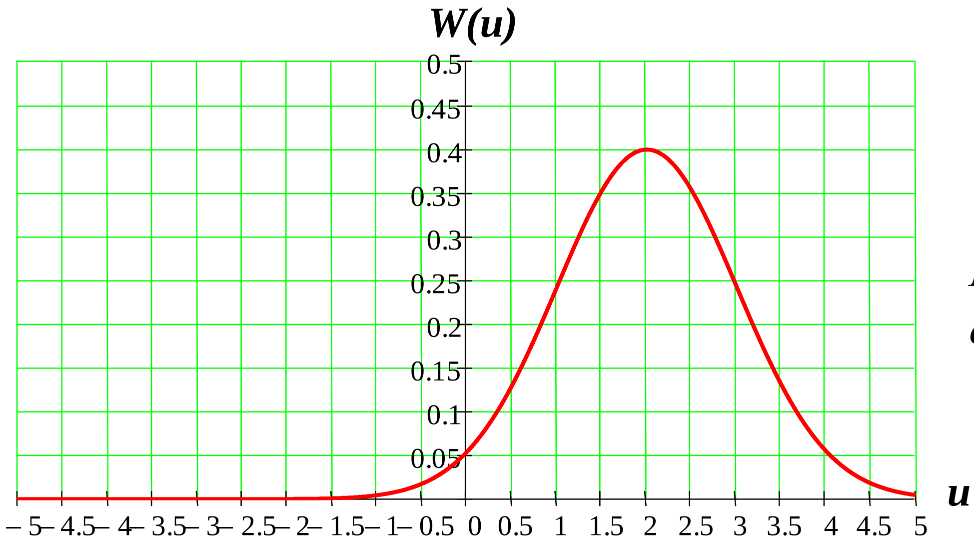
Математическое ожидание - $m_u = 0 \ \langle B \rangle;$

Среднеквадратичное значение – $U_{кв} = \sigma = 1 \ \langle B \rangle;$

Параметры колебания *u(t)*

Плотность вероятности мгновенных значений - W(u)

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(u)\cdot du = 1;$$



$$W(u) = \frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\,e^{-\frac{(u-m_u)^2}{2\cdot\sigma^2}} \quad \left\langle \frac{1}{B} \right\rangle;$$

Нормальный закон распределения случайной величины ***u(t)***

Математическое ожидание - $m_u = 1 \ \langle B \rangle;$

Среднеквадратичное значение – $U_{кв} = \sigma = 1 \ \langle B \rangle;$

Параметры колебания $u(t)$

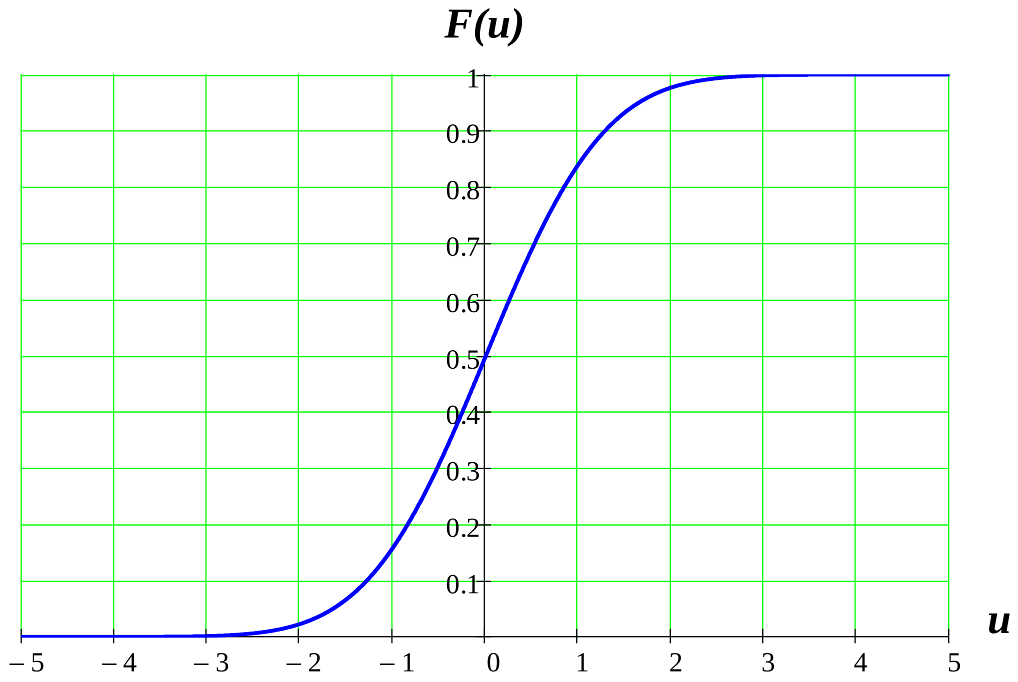
Интегральная функция распределения - F(u)

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} W(u) \cdot du;$$

Параметры колебания *u(t)*

Интегральная функция распределения - F(u)

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} W(u) \cdot du;$$



$$W(u) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(u - m_u)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad \left\langle \frac{1}{B} \right\rangle;$$

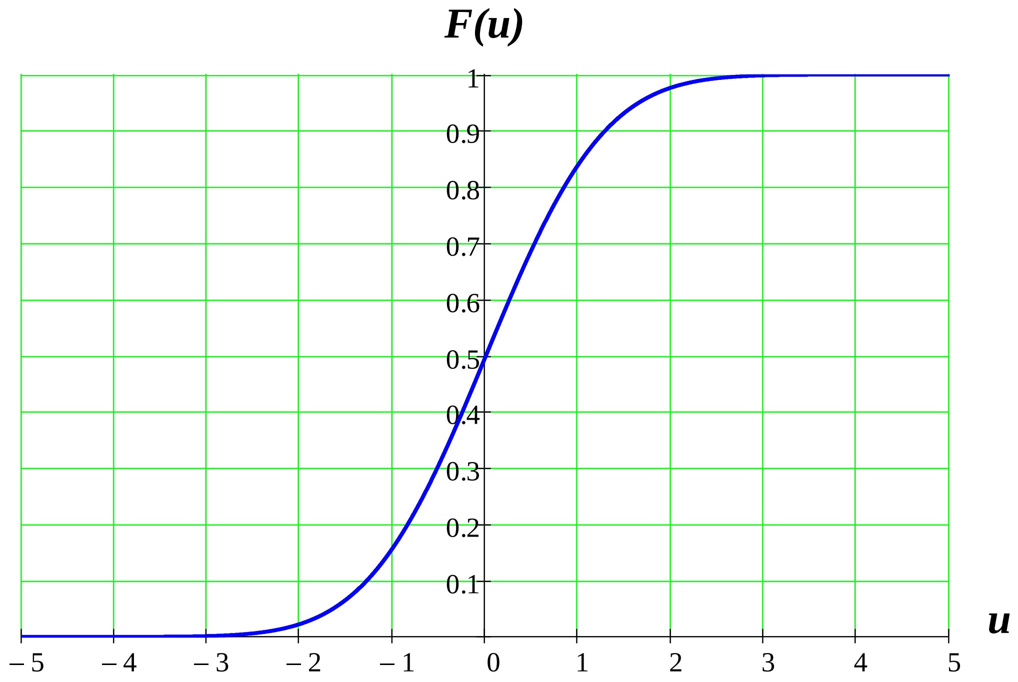
$m_u = 0 \quad \langle B \rangle;$

$\sigma = 1 \quad \langle B \rangle;$

Параметры колебания $u(t)$

Интегральная функция распределения - F(u)

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} W(u) \cdot du;$$



$$W(u) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(u-m_u)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad \left\langle \frac{1}{B} \right\rangle;$$

$$m_u = 0 \quad \langle B \rangle;$$

$$\sigma = 1 \quad \langle B \rangle;$$

$$P(u_1 \le u \le u_2) = \int_{u_1}^{u_2} W(u) \cdot du = F(u_2)\text{-}F(u_1); \quad \text{при} \quad u_2 > u_1$$

Параметры колебания $u(t)$

Математическое ожидание

$$m_u = \int_{-\infty}^{\infty} u \cdot W(u)\, du \quad \langle B \rangle;$$

Параметры колебания *u(t)*

Математическое ожидание

$$m_u = \int_{-\infty}^{\infty} u \cdot W(u)\, du \quad \langle B \rangle;$$

Дисперсия

$$D_u = \int_{-\infty}^{\infty} (u - m_u)^2 \cdot W(u)\, du \ ; \ \langle Bm \rangle;$$

Параметры колебания *u(t)*

Математическое ожидание

$$m_u = \int_{-\infty}^{\infty} u \cdot W(u)\, du \quad \langle B \rangle;$$

Дисперсия

$$D_u = \int_{-\infty}^{\infty} (u - m_u)^2 \cdot W(u)\, du \;; \quad \langle Bm \rangle;$$

Среднеквадратичное значение

$$U_{кв} = \sqrt{D_u} \qquad \langle B \rangle;$$

Автокорреляционная функция колебания *u(t)*

$$B(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}[u(t)-m_u]\cdot[u(t+\tau)-m_u]\,dt \qquad \langle Bm\rangle;$$

$$B(0) = D_u < \infty;$$

Энергетический спектр колебания *u(t)*

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \langle Дж \rangle;$$

Энергетический спектр колебания *u(t)*

$$G(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}B(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau \quad \langle Дж\rangle;$$

$$B(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}G(\omega)\cdot e^{j\omega\tau}d\omega \quad \langle Вт\rangle;$$

Оценки характеристик колебания *u(t)*

$$T < \infty;$$

Автокорреляционная функция

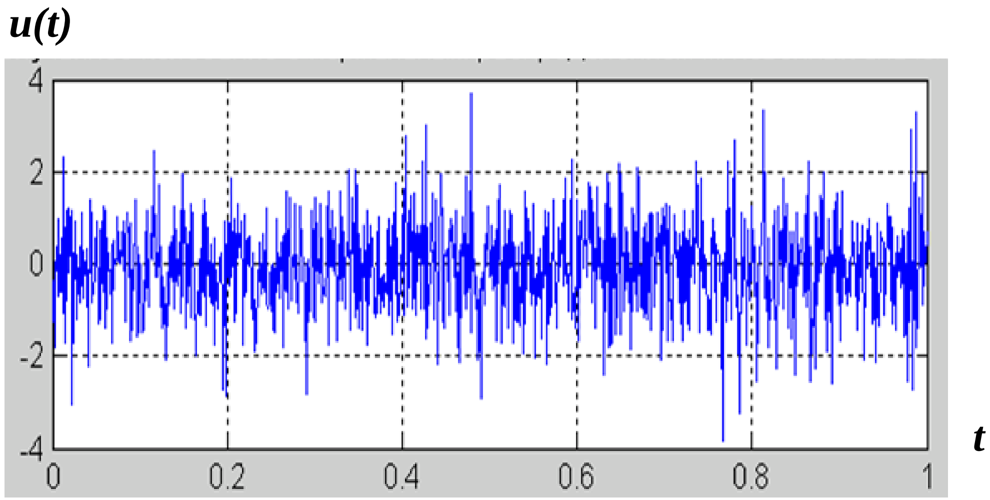
$$B(\tau) = \lim \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [u(t) - \tilde{m}_u] \cdot [u(t+\tau) - \tilde{m}_u]\, dt \quad \langle Bm \rangle;$$

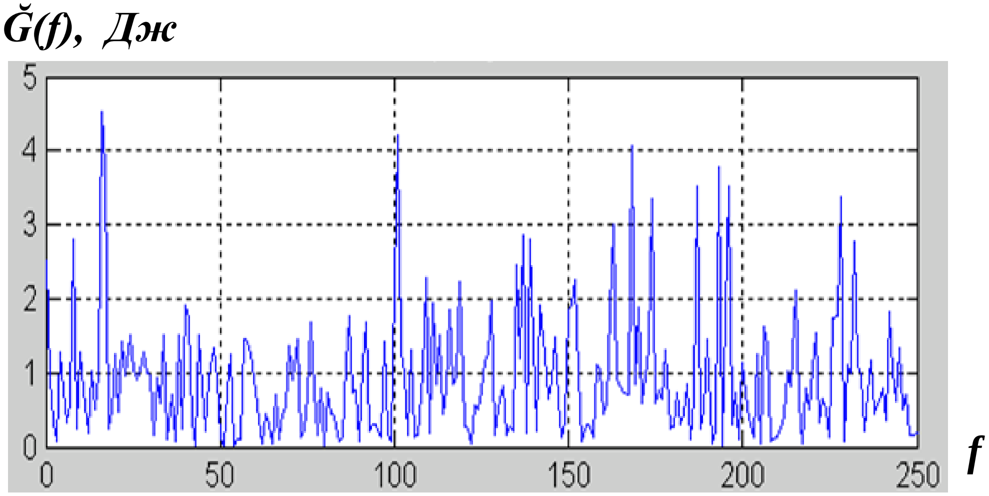
$$B(0) = D_u < \infty;$$

Энергетический спектр

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \langle Дж \rangle;$$

Пример случайного колебания





Тепловые шумы сопротивлений

1928 г. - обнаружение тепловых шумов Джонсоном.
Теоретическое обоснование дано Найквистом.

$$U_{ш}^2 = 4kT \int_{f_1}^{f_2} \mathrm{Re}[Z(f)] \cdot df$$

где: $\boldsymbol{U_{ш}}$ – среднеквадратичное напряжение шума, В;
$\boldsymbol{k}$ – постоянная Больцмана, $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К^{o};
$\boldsymbol{T}$ – абсолютная температура, К^{o};
Re[Z(f)] – реальная составляющая сопротивления двухполюсника;
$\boldsymbol{f}$ - частота.

Тепловые шумы сопротивлений

1928 г. - обнаружение тепловых шумов Джонсоном.
Теоретическое обоснование дано Найквистом.

$$U_{ш}^{2} = 4kT \int_{f_1}^{f_2} \mathrm{Re}[Z(f)] \cdot df$$

где: $\boldsymbol{U_{ш}}$ – среднеквадратичное напряжение шума, В;
$\boldsymbol{k}$ – постоянная Больцмана, $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К^{o};
$\boldsymbol{T}$ – абсолютная температура, К^{o};
Re[Z(f)] – реальная составляющая сопротивления двухполюсника;
f - частота.

Если ***Re[Z(f)]=R,***

$$U_{ш}^{2} = 4kT \cdot R \cdot \Delta f,$$
$$\Delta f = f_2 - f_1$$

Тепловые шумы сопротивлений

1928 г. - обнаружение тепловых шумов Джонсоном.
Теоретическое обоснование дано Найквистом.

$$U_{ш}^{2} = 4kT\int_{f_1}^{f_2} \mathrm{Re}[Z(f)]\cdot df$$

где: ***$U_{ш}$*** – среднеквадратичное напряжение шума, В;
k – постоянная Больцмана, $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К^{o};
T – абсолютная температура, К^{o};
Re[Z(f)] – реальная составляющая сопротивления двухполюсника;
f - частота.

Если ***Re[Z(f)]=R,***

$$U_{ø}^{2} = 4kT\cdot R\cdot \Delta f,$$

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

Энергетический спектр шума постоянен на всех частотах (*Белый шум*)

$$G_{ш} = \frac{U_{ш}^{2}}{R\cdot\Delta f} = 4kT$$

*При температуре **293 К^{o} $G_{ш}$=1,62 10^{-20} Дж**. В полосе частот **Δf =1МГц** сопротивление R=10000 Ом создаёт шум мощностью **$P_{ш}$=1,62*10^{-10} Вт;** шумовое напряжение **$U_{ш}$ = 1,27*10^{-5} В***

Токовые шумы

$$I_{ш}^{2} = 2 \cdot e \cdot I_{0} \cdot \Delta f$$

где: $\boldsymbol{I_{ш}}$ – среднеквадратичное значение шумового тока, ***A***;

$\boldsymbol{e}$ - заряд электрона, $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ ***К***;

$\boldsymbol{I_0}$ - постоянная составляющая тока, ***A***;

$\boldsymbol{\Delta f}$ – полоса частот, ***Гц***.

Токовые шумы

$$I_{ш}^{2} = 2 \cdot e \cdot I_{0} \cdot \Delta f$$

где: $\boldsymbol{I_{ш}}$ – среднеквадратичное значение шумового тока, ***А***;

$\boldsymbol{e}$ - заряд электрона, $1{,}6{*}10^{-19}$ ***К***;

$\boldsymbol{I_{0}}$ - постоянная составляющая тока, ***А***;

$\boldsymbol{\Delta f}$ – полоса частот, ***Гц***.

Энергетический спектр шума постоянен на всех частотах (*Белый шум*)

$$G_{ш} = \frac{I_{ш}^{2}}{\Delta f} = 2 \cdot e \cdot I_{0} \qquad \langle Дж \rangle;$$

Токовые шумы

$$I_ш^2 = 2 \cdot e \cdot I_0 \cdot \Delta f$$

где: $\boldsymbol{I_ш}$ – среднеквадратичное значение шумового тока, ***А***;

е - заряд электрона, 1,62 10^{-19} ***К***;

$\boldsymbol{I_0}$ - постоянная составляющая тока, ***А***;

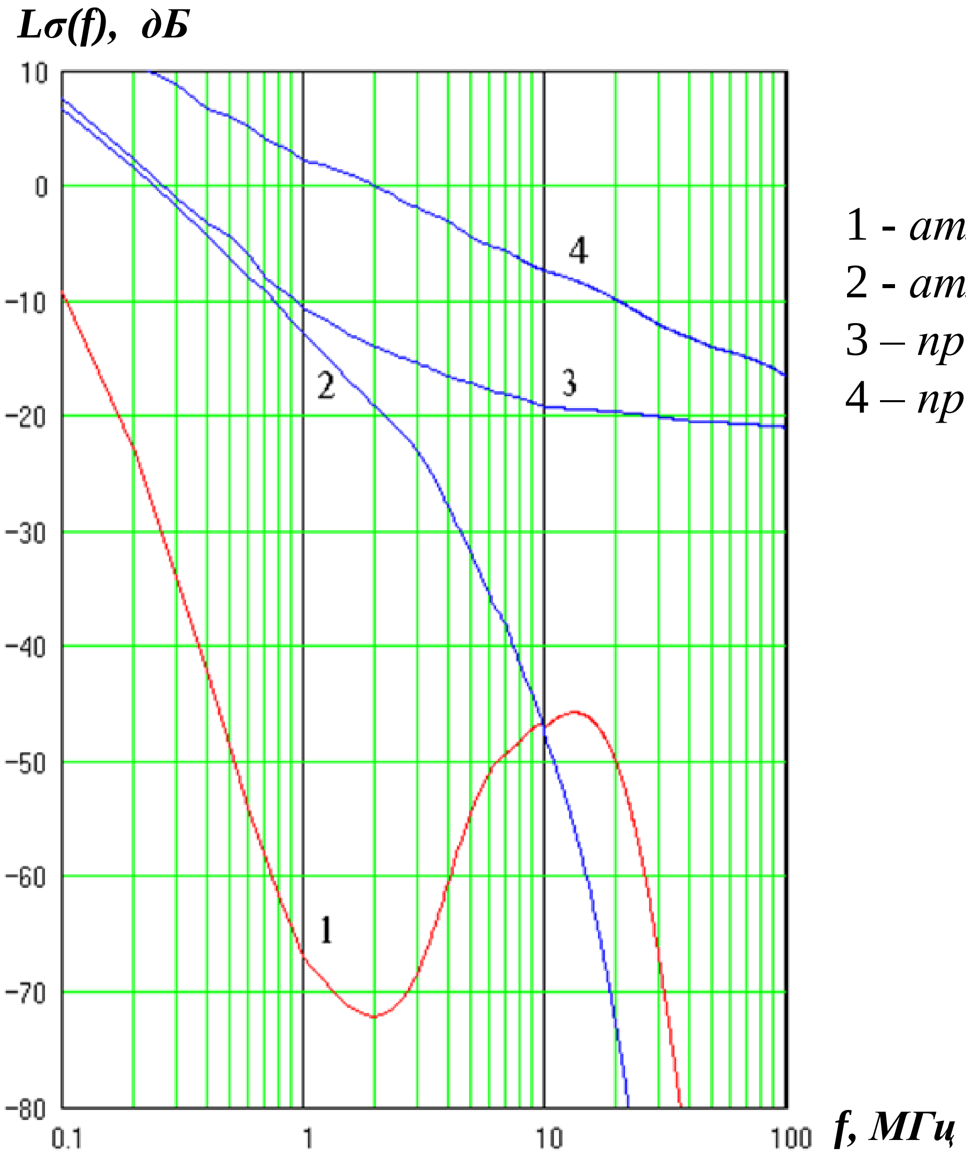
Δf – полоса частот, ***Гц***.

Энергетический спектр шума постоянен на всех частотах (*Белый шум*)

$$G_ш = \frac{I_ш^2}{\Delta f} = 2 \cdot e \cdot I_0 \qquad \langle Дж \rangle;$$

При токе $\boldsymbol{I_0}$ ***=1 мА*** $\boldsymbol{G_ш}$***=3,2*10***$^{-22}$ ***Дж****, в полосе частот* ***Δf = 1МГц*** мощность шума равна $\boldsymbol{P_ш}$***=3,2*10***$^{-16}$ ***Вт***

Спектральная плотность напряженности поля аддитивных помех (1948 г.)



1 - *атмосферные помехи днем;*

2 - *атмосферные помехи ночью;*

3 – *промышленные помехи в пригороде;*

4 – *промышленные помехи в городе.*

$$\sigma(f)=\sqrt{G(f)}\quad \left\langle \frac{В}{м\cdot Гц^{0,5}} \right\rangle;$$

$$L\sigma(f)=20\cdot\lg\left[\frac{\sigma(f)}{1\frac{мкВ}{м}}\right]\quad дБ$$

Спасибо за внимание.